名古屋学院大学論集　人文・自然科学篇　第58巻　第2号　pp. 1–16

〔論文〕

新たなる認識論理の構築　19

――集合論のアポリア――

鈴　木　啓　司

名古屋学院大学国際文化学部

要　旨

本篇より3篇にわたって順に, 集合論, 量子力学, 共有知識のアポリア（難問）を論じてゆく。そこに通底する筆者の主張は，それらアポリアは認識の基本構造である2視点はさみ込みを，自己意識の1視点囲い込み，さらには，客観科学の0視点世界像に落とし込んだことに由来しているというものである。本篇では，集合論，ひいては数学の積年の課題である離散と連続の問題を，この観点から見てゆく。結局，0から1の間には埋めようのない飛躍があり，それは認識上の盲点のごときものであるが，盲点を脳が想像で埋めているように，数学的要請から0点周りもある種のフィクションでできている。そこに集合論のアポリアは根差しているのである。

キーワード：連続体仮説，内的唯物論，2視点はさみ込み，盲点としての0

Building a new epistemic logic 19

――Aporia of set theory――

Keiji SUZUKI

Faculty of Intercultural Studies
Nagoya Gakuin University

発行日　2022年1月31日

緒言

本篇は「新たなる認識論理の構築」シリーズの第19篇に当たる。前篇に至る道のりで，内的唯物論とその手法である2視点はさみ込みの提出にまで漕ぎつけた。この理論を使ってこれから本篇を含む3篇で，集合論，量子力学，共有知識の各アポリア（難問）を論じてゆく（予定である)。分野としては数学，物理学，情報科学ということになるが，自然科学系に分類されるこれら学問のアポリアに通底するのは，認識論的な哲学の問いであると筆者は信じている。これら3部門を対象として取りあげることは，自身の理論，ひいては哲学（かつては諸学の女王と呼ばれていたのだ）の守備範囲の広さ，懐の深さを示す傍証となるであろう。そしてそれは何より，世界と自己を巡る認識の本質，われわれの存在の根源につながる問いでもあるのだ。すでに述べてきたように，科学が最終的にぶち当たる壁は，2視点的認識の基本構造を1視点的世界像に落とし込んでいるところにある。基盤にまで掘り下げて見直せば，新たな様相が開けてくるのである。それは実にスリリングで興味深い光景となろう。

連続体仮説

まず，数学を対象科学として選ぶに当たり，なぜ集合論なのか。それは，数学のあらゆる部門が集合論の言語で表現可能なことから分かるように，集合論が数学の基礎理論だからである。そして，筆者が集合論のアポリアとして取りあげるのは，連続体仮説である。え，連続体仮説？それはとうに解決ずみなのではないか，という声が聞こえてきそうである。確かに，ゲーデルとコーエンの業績の合わせ技で，一応の決着は見た。しかし，それは最終結論といったものではなく，本質的な課題は積み残されたままであった。その課題とは，数学全体の課題といってよい，離散と連続の問題である。それを認識論的な視点から改めて見直そうというわけである。その時，連続体仮説は格好の試金石となってくれる。

連続体仮説を筆者の認識論的視点からの批判を加えつつたどってゆこう。集合論は周知の通り，カントールが始めた。彼は解析学の研究から出発し，その「点が集まりで線をなす」の理念を「要素が集まりて集合をなす」という集合概念で整理したと見なせる。だが，それは無限をも扱う強力な理論となる反面，パラドクスも抱え込むことになった。それを逃れるため，集合論の公理化の試みが進められる。公理化とは，いわばルールブックを作って，パラドクスのような違反が生じないようにしようという目論見である。それが，ツェルメロ＝フレンケルの公理系である（以下，ZFと記す)。しかし，完全にパラドクスを封じ込めたと保証される究極のルールブックはいまだできていない（この状態をいわば必然のものと証明したのが，ゲーデルの不完全性定理，すなわち，自然数論を展開できるほど強力な形式体系は，自身の無矛盾性を自身で証明することはできない，である)。

こうした中で，集合の基礎づけとなる構成法が考えられた。それは空集合$\varnothing$（何も要素を持たない集合）を起点0として，それを要素とする集合$\{\varnothing\}$を1，さらに0と1を要素とする集合$\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$を2としてゆくものである。簡略化して書けばこうなる，$\cdots\{\{\{\varnothing\}\}\}\cdots$。筆者はどうもこの空集合を要

素として1を形成するところに昔から抵抗感があった。無を要素（有）とするとは何事ぞ，というわけである。ここに，幅0の点（離散）から長さ1の線（連続）への飛躍が見て取れる。ここを素通りしているところに，集合論のアポリアが存続している理由がある。これに対し，筆者は2視点はさみ込みの視点から，空集合を｛　｝の外に置く。すなわち，∅｛　｝∅である。そして各数は｛　｝の幅(長さ）で表すのだ。この方が，集合論で数の大きさ（基数）を表す「濃度」という言葉にふさわしい。濃度は個数よりも，無限集合論で離散集合のみならず実数連続体を扱う場合に適した概念だ。｛　｝をはさむ∅は，本シリーズではおなじみの認識の基本三角図の「あちら」と「こちら」である。それが認識像をはさみ込み立ち上げる。数というのは，こちらから数え出し，あちらからのもうこの先はないというシグナルがなければ完結しない。無限の場合は特にそうだ。われわれ有限なる存在が無限という概念を持ちうるのは，認識の基本構造がこの2視点はさみ込みでできているからだ。だが，われわれはそれを忘れ，自己1視点囲い込みで無限を見るからパラドクスを抱え込むのである。

連続体仮説に話を戻そう。集合の大きさを比べる場合，われわれはどうするか。もちろん，要素の数を数えるだろう。では，要素を数えきることができない無限集合の場合は。カントールはやはり数えるという手段を用いた。ただし，それを自然数と一対一対応に置くことと定義づけて。確かに，数えるとは，自然数というモノサシを対象に当てることだろう。こうして，整数，有理数と測ってゆき，それらが自然数と同じ大きさの無限集合であることを明らかにした後，実数を測る段になって，あの有名な対角線論法[1] により，実数には自然数と一対一対応できない余りの要素があることをあぶり出し，もって無限集合間にも大小の序列があることを証明したのであった。自然数と実数の大きさの割合は，後者が前者のベキ集合（すべての部分集合の集合），すなわち，2^Nというもので，前者の離散性に対し，後者を連続体と呼ぶ。ただし，ここでも注意すべきは，離散に対する連続の大きさを述べるのに，余りの要素という，やはり離散的な概念が使われていることだ。どうしても，離散から連続への移行には，ギャップが残り続けるのである。

こうしてカントールは，自然数と実数の大小関係がベキ集合に基づいていることを証明した後，さらに，ベキ集合は元の集合が無限集合であってもそれより大きくなることも証明した。そして，無限集合はベキ集合という間隔で，自然数が1の間隔で整然と並んでいるように整列していると予想し，その無限集合の列に自然数の集合を起点に，$\aleph 0$，$\aleph 1$，$\aleph 2$，$\aleph 3$…と番号を振っていったのである（$\aleph$はヘブライ文字の1番目アレフといい，無限集合の濃度を表す記号)。つまり，次のようになる。

$$\begin{array}{lllll} N & 2^N=R & 2^R & 2^{2^R} & 2^{2^{2^R}} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \ \cdots \\ \aleph 0 & \aleph 1 & \aleph 2 & \aleph 3 & \aleph 4 \ \ldots \end{array}$$

連続体仮説というのは，自然数の次の無限集合$\aleph 1$が実数の集合であり，両者の間隔であるベキ集合関係の中間の無限集合はない，というものである。そして，一般連続体仮説というのは，無限集合は

ベキ集合の間隔で整然と並んでおり，その中間の無限集合はない，というものである。カントールはこう仮説を立てたのだが，自身でそれを証明することはついにできなかった。

このカントールが残した宿題に一応の決着をつけたのが，ゲーデルとコーエンの仕事である。ゲーデルは構成可能性の公理というものをルールブックに加え，集合がすべて構成可能であれば連続体仮説は，ルールブック（ZF）に矛盾がない限り，矛盾なく成立することを証明した。構成可能とは，要は，下からレンガを積み上げてゆくように要素を確実に積み上げ集合を構成することである。これはある意味，当然の帰結である。ベキ集合というのが部分集合の集合ということで，構成的手法だからである。だが問題は，無限集合に対してもそういいきれるのか，ということだ。ゲーデルの結果に対し，構成的手法でないやり方で集合を作る道を開き，連続体仮説に別の結果を突きつけたのが，コーエンの強制法である。これは認識論的にも実に興味深い手法である。では次に，この手法について認識論的観点から論じてゆこう。

強制法

コーエンの仕事の眼目は，構成的でない手法で無限集合とそのベキ集合の間の集合を作り，もって連続体仮説の反例を提示することであった。その手法が強制法である。ただ，筆者にはその技術的な話はできない。できたとしても，それは専門家にしか理解できない次元のものである。よって，いつも通り筆者流に大胆にイメージ化した論を展開してゆきたいと思う。また，扱うのはコーエンの手法そのものというより，その後の発展形も含めた総合的な強制法であることをお断りしておく。

筆者は以前に，ベキ集合とは元の集合の境界を取り込んだ集合だといった[2)]。「要素が集まりて集合をなす」と定義されるが，要素の集まり自体でなく，それを囲む境界線として集合の概念はある。それを示しているのが，冒頭に挙げた{∅}である。1とは，∅を要素とする{　}のことである。しかし，すでに述べたように，空を起点に組み上げられてゆく集合論に筆者はどうにもなじめない。その違和感は無限集合に対した時，特に顕著になる。下から着実に構成的に囲い込んでゆく手法で無限を目指しつつ，すでに囲い込まれた無限がその先に想定されているという（それが，最初に囲い込まれる∅である），論点先取り的循環論法がほの見える。要するに，大いなる飛躍があるのだ（この根底にあるのが，0から1への飛躍である）。それよりも，筆者が提示した，外の∅ではさみ込むというイメージ∅{　}∅の方が自然であるように思う。数の大きさとは，{　}ではさまれる長さであり，ベキ集合は，{　}を取り込んでより長くなった∅{　・・・{　}・・・　}∅である（長さは適当に描いた）。それ以下の数はその部分集合ということである。

このイメージを使うと，無限集合のベキは，空集合と境界のはさみ込みの問題として捉えることができる。囲い込み視点では適わなかった，無限を外（あちら）から抑え込むことができるのである。この時，ベキという境界は一種の浸透膜のごとき性格を帯びて登場する。どういうことか。ベキとは，元の集合のあらゆる部分集合の集合である。それは，各要素がその部分集合に含まれているか否かの可能性の総数だ。そうして，どの要素も含まれていない空集合から，すべての要素が含まれている元集合自体まで，「含まれる」を1に，「含まれない」を0に当てはめれば，それは2^xで表されるわけで

ある。ちょうどベキという浸透膜を通して，元集合の各要素が出入りしているイメージだ。図にすると次のようになるか。

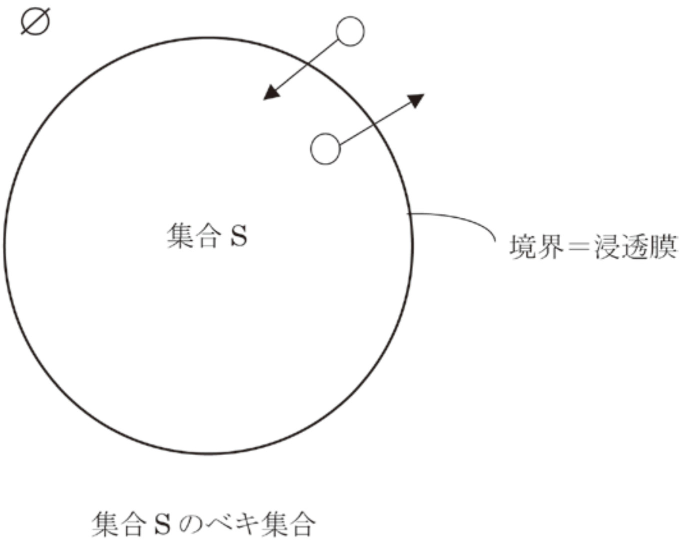

図1

この浸透膜である境界を取り込んだのがベキ集合となるわけだが，図のようにそれが線であり幅のないものであれば，連続体仮説は成り立つであろう（中間はないということで）。ところが，子細にその境界線を見てみると，それは幅を持つと考えられるのである。そう思わせるのが，フィルターとイデアルという概念である。両者ともベキ集合の部分集合と捉えられ，フィルターとは，日常語で定義すると次のようになる。

1. フィルターは元集合を含む。
2. フィルターは空集合を含まない。
3. aとbがフィルターに含まれているなら，a×bもフィルターに含まれている。
4. aがフィルターに含まれ，元集合の部分集合bがaを部分集合としているなら，bもフィルターに含まれる（フィルターは上に閉じている）。

イデアルはいわばこの逆である。

1. イデアルは空集合を含む。
2. イデアルは元集合を含まない。
3. aとbがイデアルに含まれているなら，a＋bもイデアルに含まれる。
4. aがイデアルに含まれ，aが元集合の部分集合bを部分集合としているなら，bもイデアルに含ま

れる（イデアルは下に閉じている）。

この両者をベキという境界線に当てはめたイメージ図を下に掲げよう。

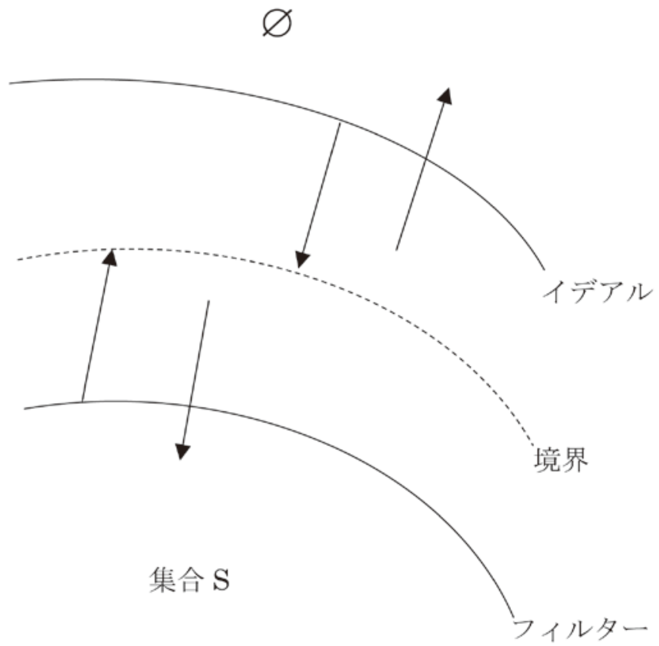

図2

境界線ベキ（浸透膜）は厚みを持っているのであり，内と外からフィルターとイデアルではさみ込まれている（真の外は∅)。前者は内に取り込み外に拡張してゆく。後者は内を取り出し外を縮小してゆく。こうしてはさみ込まれ最終的に浮き上がるのが，境界線ベキである。フィルターを構成する計算が掛け算，×，∧であるのは，内部に取り込み一体化する連続のイメージだ。これに対し，イデアルを構成する計算が足し算，＋，∨なのは，内部を取り出す（－を足すということ）離散のイメージだ。

コーエンは，このフィルターとイデアルの織りなす幅に強制条件というものを設け，これまでにない方法で集合の境界を描き出す。強制条件とはある命題群で，それに適えば1を，適わなければ0を当てはめれば，ベキ集合で部分集合に各要素が含まれるか否かで1，0を振り分けたのと同じような効果が得られる。ただし，両者の違いは，後者が，あらかじめ引かれた境界線の内，外で，これもあらかじめある要素を出し入れする構成的手法に則っているのに対し，前者は，要素も境界も定かでないところに強制条件でもって集合（の境界）を描き出す非構成的手法が取られているということだ。これもイメージ図で示そう。

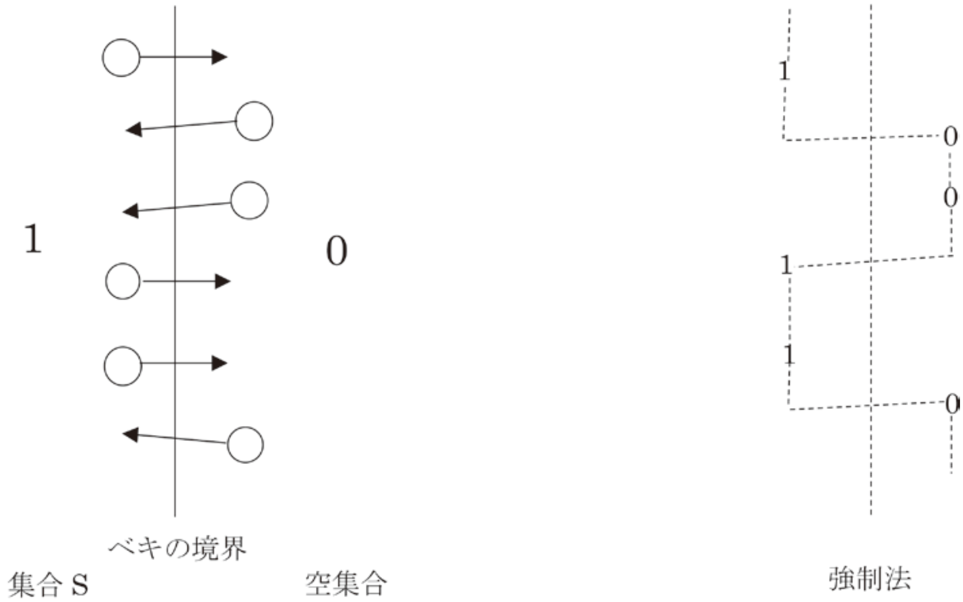

図3

このように境界線ベキの幅内にいくらでも集合を作ることができ，かくして実数の集合（連続体）は，ℵ2でもℵ3でもℵ4でも，はてはℵ∞でもありうることがいえるのである。

ゲーデルとコーエンの結果の合わせ技で，結局何が分かったのであろうか。それは，連続体仮説はZFから独立である，ということである。独立とは，その公理系からは真偽証明できず，公理としてつけ加えるべき性質のことをいう。そして，ZFが無矛盾である限り，それに連続体仮説の肯定を加えたものも，あるいは否定を加えたものもどちらも無矛盾な公理系として成り立つ，ということである。そこから，どうしても連続体仮説に真偽のシロクロ決着をつけたいと思うなら，それを決定する新たな公理を考えるという地平が開けてきた。それが到達不能基数と呼ばれる各種巨大基数の公理である。要するに最初から，下からの構成的手法では到達できない数の存在を認めてしまおうという試みである。これで抑え込めば，構成的連続体仮説は肯定的に証明できる。例えば，可測基数というのは，点（測度0）がどれだけ集まれば長さ（測度1）を生じるか，それに必要な数というものだ。これは従来の数学では基礎づけ不可能なものであろう。ただ，これも，冒頭に提起した集合論の0から1への飛躍を遠い彼方の巨大基数に追いやって糊塗しようとした試みと筆者には映る。もう少し数学っぽくいえば，無矛盾性の要件を弱め，飛躍を発展吸収したのである。とはいえ，コーエンの強制法が明らかにしたように，連続体仮説のいう自然数の集合ℵ0から実数の集合ℵ1の間には無数の無限集合が作りうる，というのが，認識論的な実態であるように思われる。やはり問題は，0（無）から1（有）の間をいかに埋めるか，にかかっているのである。

盲点としての0

盲点としての0とはいかなることか。盲点とは，ご存知だと思うが，網膜上において視神経がつながっている部分である。視細胞がないため光を感知できないので，その部分の視覚は欠けているはずだが，ふだん，われわれはそれを意識していない。それは，脳がその部分を補って映像を作りだし埋めているからだ。これと同じように，数平面にも実は認識上の盲点があり，それをフィクションで埋めているというのが，筆者のここでの主張である。それは1以下の0周りであり，そのため，あの0から1への飛躍が生じているのである。では，その詳細を論じてゆこう。

筆者は以前より，対数的自然数という概念を提出し論じてきた。対数的自然数とは，1を加えていって作る自然数ではなく，nのn乗根を素材にした自然数だ。これは，認識論的基盤となる命題，「あちら」と「こちら」の意識の交叉から自己が生まれる，を数的に表現した，2から1を作る，(1)×(1)＝1に基づいている。この1になる前の（1）を数の温床ともいうべき場として広げたのが，（1）のベキ乗場だ。

$$1^{0+1+1+1+1+1+1+\cdots}=1^{\infty}$$

―――――――――――――――――――

(1)×(1)×(1)×(1)×(1)×(1)×…＝1

これに従来の数学的表現を与えたのが，$x^n=n$で表す自然数である。nのn乗根は，以前に計算結果の表を示した[3)]。その一部を以下に再録する。

(1)

${}_2\sqrt{2}=1.41421356\cdots$

${}_3\sqrt{3}=1.44224957\cdots$

${}_4\sqrt{4}=1.41421356\cdots$

${}_5\sqrt{5}=1.37972966\cdots$

${}_6\sqrt{6}=1.34800615\cdots$

${}_7\sqrt{7}=1.32046924\cdots$

${}_8\sqrt{8}=1.29683955\cdots$

${}_9\sqrt{9}=1.276518007\cdots$

${}_{10}\sqrt{10}=1.25892541\cdots$

.

.

${}_{100}\sqrt{100}=1.04712854\cdots$

.

.

$_{1000}\sqrt{1000}=1.006931166\cdots$

.

.

$_{\infty}\sqrt{\infty}=1?$

始まりは，数になる前の原初の数（1）である。こうして見ると，3の3乗根が最大値で，以下，次第に1に近づいてゆき，$_{\infty}\sqrt{\infty}$で1になるものと思われる。この過程を経て初めて，われわれが見知っている1は成立し，同時に無限にある自然数は用意されたのである。1を足していって自然数を作る過程は，自己1視点成立後のその後追いである。こうして数は対数的に生まれ，ベキ乗によって増えてゆく。

ここで，$x^n=n$の形が集合論においても意味を持ってくる話をしておきたい。数の大きさを表す基数（濃度）については触れたが，数には順序という概念ももちろんある。無限集合における順序数は超限順序数といって，最小のものがωだ。これは自然数を順番に無限の彼方まで数えていって最後に登場する順序数のことである。だが，数えられる無限はこれで終わりではない。ω＋1が当然考えられるからだ。このようにして，さらに計算し数え上げてゆく。以下にその過程をまとめよう。

$$\omega+1、\omega+2\ldots\quad \omega+\omega、2\omega、3\omega\ldots\quad \omega\times\omega、\omega^2、\omega^3\ldots\quad \omega^{\omega}、\omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\varepsilon}}}}}}}}$$

こうして指数のωがω個積み重なった先に現れるのが，次の超限順序数 ε である。ε の手前までは，濃度にすればすべて$\aleph_0$，すなわち可算無限である。この ε の数式定義は，$\omega^a=a$，$a=\varepsilon$ となるが，これはまさに対数的自然数$x^n=n$の形である。すなわち，自然数は自らの超越的上限，境界，$\omega^a=a$を反映した形を潜在的に持っているのである。ωは ε と ε にはさみ込まれているといってよい。

n乗根の表に話を戻そう。nとn乗根を対応づけて横に並べると，おもしろいことが見えてくる。

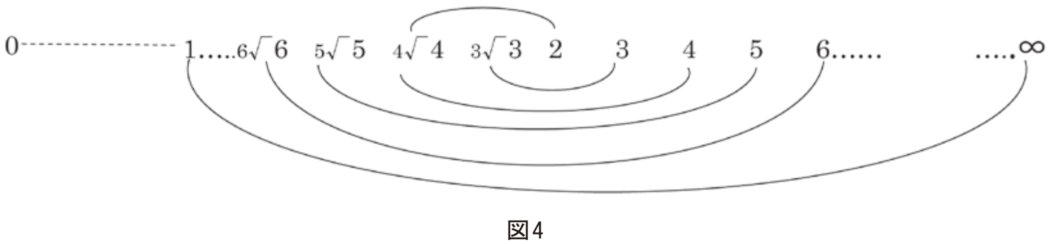

図4

御覧の通り，2を対称点にしてnとn乗根が対応している。そして，その2も点ではなく，$_4\sqrt{4}$すなわち$_2\sqrt{2}$に対応している。いわば幅を持っている。それは，対称点も例外なく対称関係の中に投げ込まれているからである。これが2から作られた1，自己視点であるが，客観性を名目とする世界像を確立すべく，さらにこれを0に還元するため1の先の0までが外に作られ想像により埋められたのであ

る。自己には見えない自己，1の幅が，0から1までの長さとして，盲点を埋めるがごとく人工像を充填されたのである。さすれば，数学の中の0から1への飛躍，離散と連続の橋渡しが永遠のアポリアである理由もうなずけよう。その充填のされ方は,成立した1を対称点に(今度は本当に点として),掛け算の単位元1を作る自然数の逆数で構成される。そして,いわゆるアルキメデスの公理,1/∞＝0,足し算の単位元0に至るのである。ちなみに，自然数の逆数の無限和であるゼータ関数の0点は，この0を構成する道筋であるように筆者は夢想する。それについてはまた稿を改めて論じたい。

さらにこの盲点を，数平面上にイメージしよう。図4には書かなかったが，数学において極めて重要な数,円周率π（3.141592…）と,自然対数の底e（2.71828…）が4の中に収まっている。そして,4は対称点2と$_2\sqrt{2}$でつながっている。すると，この範囲が1つの基盤として見えてくる。π もeも超越数と呼ばれる数だ。有理数とは分数の形で表せる数（小数点展開するとパターンが現れる），無理数とは分数の形にできない数（小数点展開するとランダムに数が並ぶ）だ。これと並んで，代数的数と超越数という区分がある。前者は係数が有理数の代数方程式の解になる数で，有理数はもちろん，無理数の一部も，$x^2-2=0$のように$_2\sqrt{2}$も代数的数である。超越数とは，そうした代数方程式の解としても表せない数で，π もeもxでは置き換えられない唯一無二性を持っているといえる。ちなみに，実数線上の数は圧倒的に超越数で占められている。われわれは，代数的数ならいくらでも具体例を挙げられるのに，超越数となると，π とe，そのほか若干である。すなわち，実数とはまだまだ暗黒地帯なのである（連続体仮説がアポリアであるのもむべなるかなである）。こうした数を実数線上に配置してゆこう。有理数は分数で表せるということで，それはつまり，同一の目盛りで測りきれるということだ。すなわち，実数直線上で目盛りを細かくしてゆけば，すべての有理数は線上に配置できる。これに対し無理数は，いくら目盛りを細かくしていっても測りきれない数だ。それを実数線上に配置するためには，いったん線を離れ2次元にゆく必要がある。$_2\sqrt{2}$は斜辺1の直角二等辺三角形の底辺の長さとして実数線上に置くことができる。上の$x^2-2=0$という代数方程式は，有理数とは違ったレベルの測りきり（0に還元する）の形だ。そして，無理数の中でも超越数であるπ は，直径1の円が原点0から1回転して達した長さだ。ここには曲線と運動という要素が介入している。以上を下に図示してみよう。

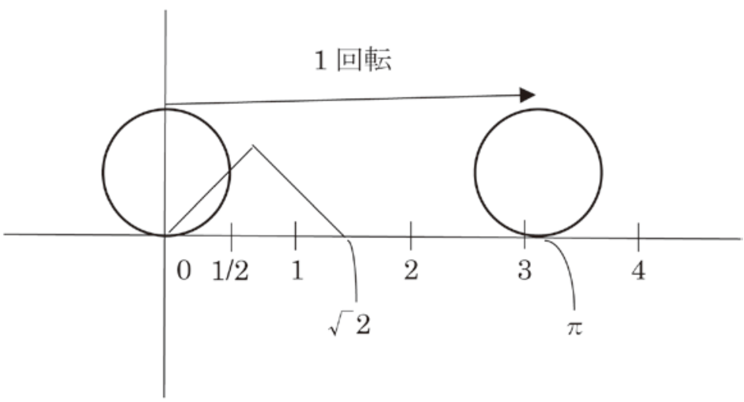

図5

こうした観点から，自然対数の底eを見てみよう。式で表せばこうなる，$(1+1/N)^N$。これは複利計算(一定期間の利息を元本に加え，その元利合計を新たな元本として利息を計算する方式。それが，一定期間をどんなに細かくしていっても，元本1に対し倍率2.71828…を超えない）としても意味づけできるが，自然界には，このように各時点の量に比例する変化現象がよく見られる(細胞分裂など)。それが，自然科学では10を底とした常用対数ではなく，このeを底とした自然対数が使われる理由であろう。また，指数関数$y=e^x$が微分しても形の変わらない関数であることも何か意味深長だ。微分が曲線からミクロの直線を取り出す作業だとすれば，指数関数は究極の曲線といえる。直線が人工的なら，曲線は自然の形であろう。グラフ上で表せばこうなる。

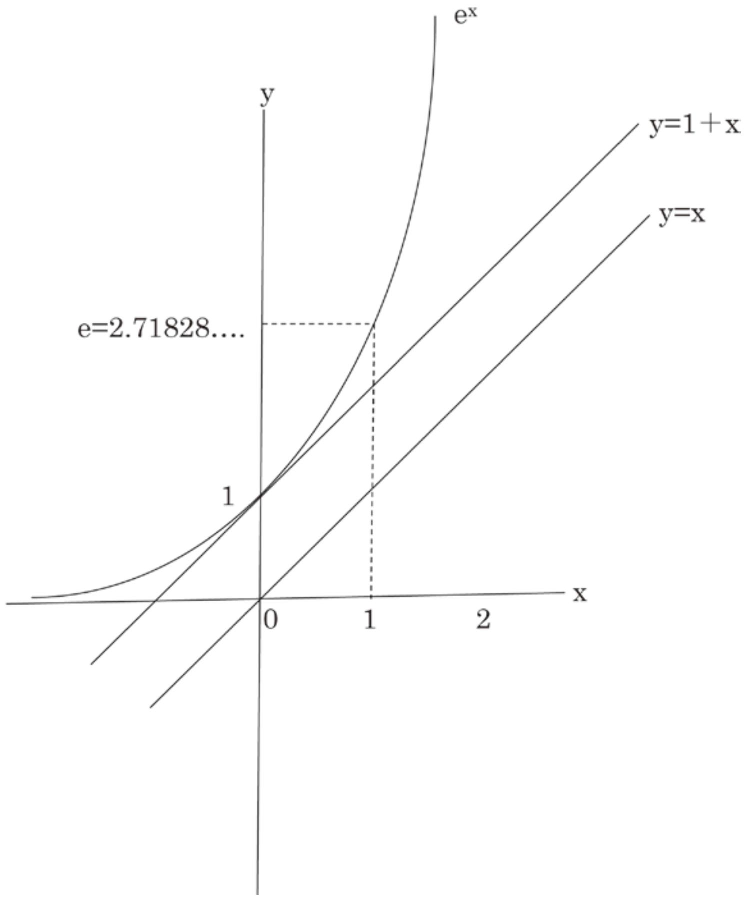

図6

要は，$y=x$をy軸上に1上げた$y=1+x$が$x=0$において接線（換言すれば，$y=1$を通る傾き1の線）となる曲線ということである。筆者にはこれが，1を土台にその上に乗っかった曲線と映る。認識論的にいえば，自己視点1に映る（自然）世界であり，1から0までは盲点，埋められた空間である。人工的な0から伸びる線$y=x$は人工的な直線だが，認識論上自然な幅から伸びる線は自然な曲線で

ある。さらに，0は無限と同じくもうその先がないことを保証されねばならない。順序数として起点がなければ，超限帰納法などの証明法が使えなくなる。ZFでは正則公理としてアプリオリに組み込まれているが，0が起点であることを保証するのも2視点のはさみ込みである。こうして，x軸，y軸は対峙方向（マイナス面）を得て，原点0の周りに4分割の数平面ができあがるのである。指数関数はy＝xを対称線に，自己の鏡像，対数関数を持つ。この両者がはさみ込んだ原点0が，見えない自己，埋められた盲点なのである。

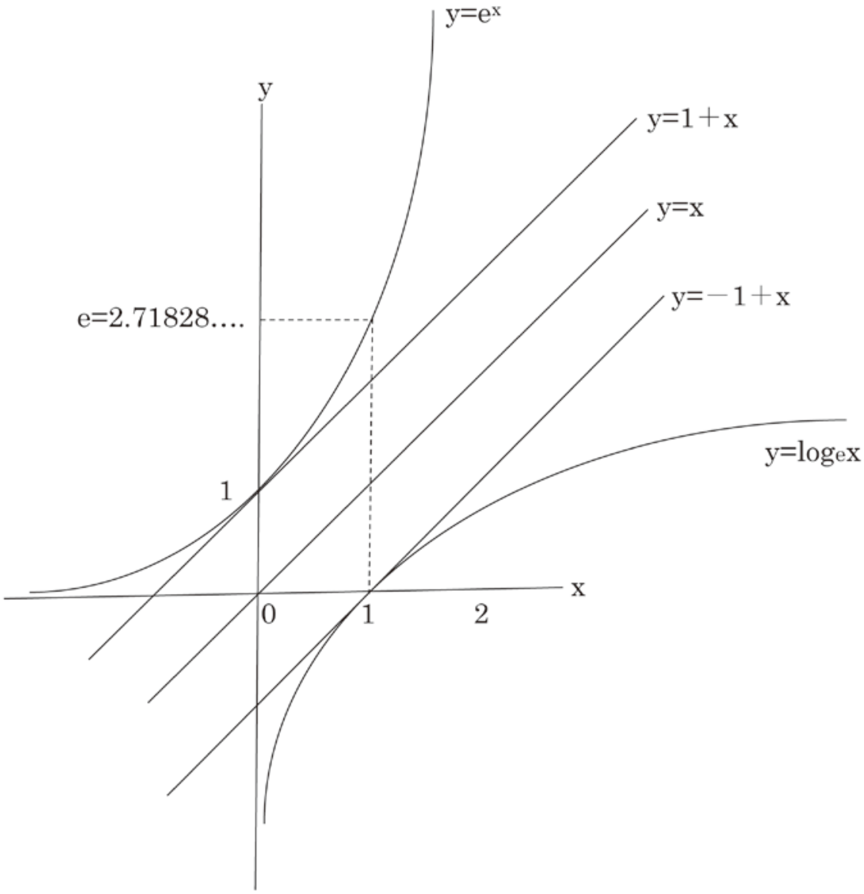

図7

そして，埋められた盲点の中でも埋め尽くされない部分として残るのが，前稿で提示した＋0，－0ではさまれた0周りなのである[4]。

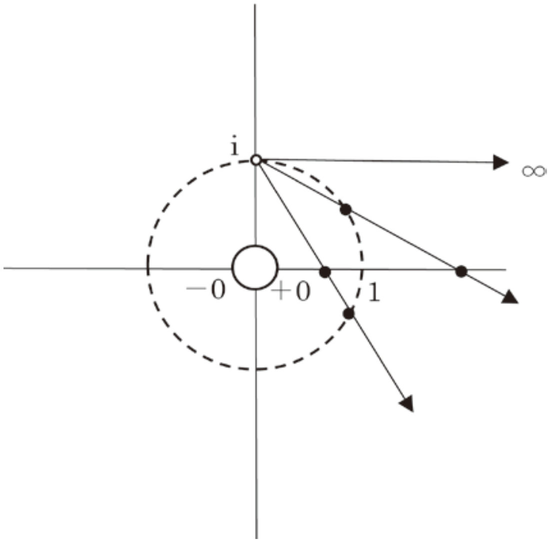

図8

この盲点は，数学的には無限遠という形で与えられている。iを視点にした視線を円周上に這わせると，円周上の点と実数直線の点が一対一に対応する（付言すると，0と1の間では，1以上の場合と違って，視線が円周上と実数直線上を横切る順番が逆になる。1では同時)。しかし，視点iだけは実数直線の彼方，無限遠と直接に対応していて図示できないため，概念で代替しなければならないのである。これを認識論的に敷衍すると，有限とは視点に映るもの，無限とは視点に映らないもの，すなわち，視点そのものであり，この見えない盲点を手元の0に還元し無くし，隠蔽したそれを彼方に追いやることで立ち現れたのが，無限概念といえる。

こうして盲点は埋められたが，それが盲点であることは忘れられたため，無意識に封じ込められたトラウマのように，そこから離散と連続のアポリアが生まれる。0は点ではなく，−0と＋0にはさまれた幅を持っているとする，新たな認識論的数学理論が求められるゆえんである[5)]。認識論的には，数は，0→1→2と進んだのではなく，2→1→0と進んだのだ。ちなみに，実数平面は横軸同士，縦軸同士をつなぎ合わせるとトーラスになるが，盲点の空隙を円筒の穴と見立てれば，トーラスは外（あちら）から穴をふさぐ，いわゆる（内部と外部がはっきり分かれた）客観的視点を提供するモデルとなろう。これに対し，内（こちら）から穴を埋めるのが，内部と外部の区別のないクラインの壺モデル，主観的視点なのである[6)]。

結語

「モノそのものであるコト」を表現せんとする内的唯物論は，原初的意識の「あちら」と「こちら」の2視点はさみ込みから自己意識の1視点囲い込みが立ち上がるさまを説いてきたが，「モノそのものであるコト」，「自らが描けない自ら」，「システムの言語で語れないシステム内の部分」の比喩とし

て，視点は格好のアイテムである。なぜなら，世界中を見渡せる視点にしても，おのれ自身は直接見ることはできないから。これは，神ならぬ身の，認識の，ひいては存在の在り方（世界の中に投げ込まれている自己）の問題である。かくして内的唯物論は，数平面の原点0周りに盲点を見出した。それはフィクション画像で埋められていようと，重要な役割を果たしている。すなわち，対称性（式の普遍性）の保持である。なるほど，空間に隙間があってはその対称性は成立しえないであろう。そこから，群を形成する足し算の単位元としての0，証明式の収束点としての0の要請が生まれる。それは，この複雑な世界を測りきるという居心地のよい幻想を与えてくれるうえでも重要だ。しかし，同時に集合論のアポリアも抱え込むことになったのである。

この認識上の盲点は，物理学にもあると筆者は考える（というより，すべての理論にそれは何らかの形で影を落としている)。それを次稿で論じてゆくつもりであるが，その橋渡しとして，簡単なイメージ図を最後に掲げたい。われわれ自身の「モノそのものであるコト」を形作る内面は，今リアルに感じつつある世界，すなわち五感から入って来るモノの外面によって成り立っている。その時，そこにないのは，われわれ自身の外面，「自ら見ることのできない自ら」である。すると，それは対象であるモノの内面に映っているといえまいか。「モノそのものであるコト」が描きにくいのは，それがまさにわれわれ自身が見ることのできないわれわれ自身の外面であるからだ。そしてそれは，対象を描写する言語を介してわれわれの内面に反射し，モノの外面でない何かを立ち上げる。それが「こころ」といわれるものだ。しかし，モノを超えた外にそんな特別なものはない（あるのは，あくまで言語に乗せにくい「モノそのものであるコト」である)，というのが前稿でも述べた筆者の意見であった[7]。

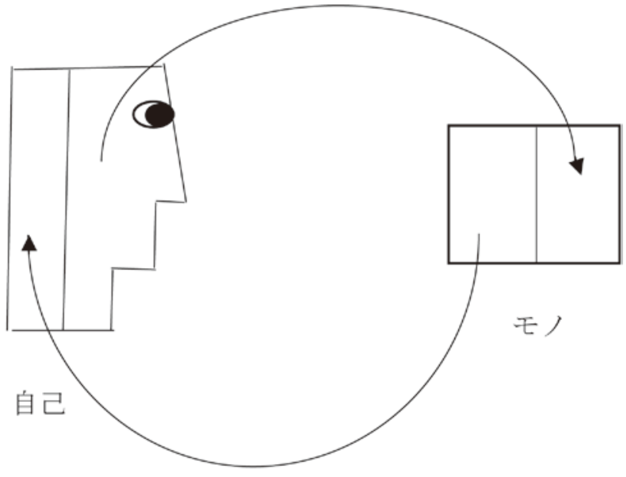

図9

モノの内面に自分の外面が映っている，という何か汎心論めいた言説に抵抗を感じる向きは，そのモノが他者だとすれば納得ゆくのではなかろうか。

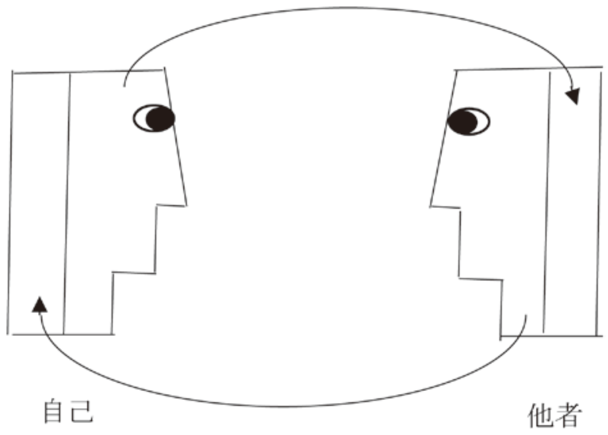

図10

これなら至極当たり前のことである。他者の外面が私の内面に映り，私の外面が他者の内面に映っている（であろう）。だが，対象が内部，外部の区別のつけがたいミクロの存在であったなら。われわれはその時，何を見ているのであろう。

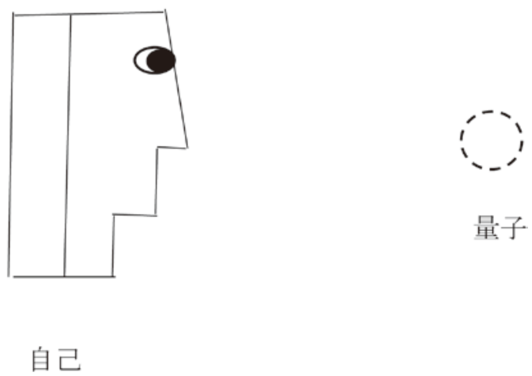

図11

そこに見えてくるもの，量子力学のアポリアを，認識論の視点から次稿で論じてゆこうと思う。

注

1）対角線論法は，ゲーデルの不完全性定理，チューリングの停止関数の証明にも反映されているが，これも2視点はさみ込みモデルで見てみると分かりやすい。行列を対等な二つの視線の交叉としてみよう。次のようになる。

	a	b	c	d	e…
a	aa	ab	ac	ad	ae…
b	ba	bb	bc	bd	be…
c	ca	cb	cc	cd	ce…
d	da	db	dc	dd	de…

e　ea　eb　ec　ed　ee…
：

行と列にそれぞれある意味づけをする。カントールの場合は，数える自然数と数えられる実数，ゲーデルの場合は，証明式と命題，チューリングの場合は，プログラムと停止（出力）というふうに。すると，対角線上が同じ文字の並びとなり，両者の関係性がつかなくなる。自然数で数えられない実数，証明式を持たない真なる命題，出力のない出力そのものであるプログラム，，，。いわば，それらは関係性を脱した自主独立した（ように見える）存在だ。これはまさに自己の比喩ともなる。「あちら」と「こちら」の関係性の中で生じ，両者の関係性を見る対角線＝境界線，それが自己だ。だが，境界線自身は，「見る」，「見られる」の関係性を脱し，自己（システム）内からは見えがたいのである。

2）鈴木啓司2017,「新たなる認識論理の構築14―集合論を超えて　境界についての認識論的考察―」，名古屋学院大学論集（人文・自然科学篇）　Vol.53 No2. pp.33–50.

3）初出は，鈴木啓司2013,「新たなる認識論理の構築9―共有知識の新定義（続き）―」，名古屋学院大学論集（言語・文化篇）Vol.24 No.2 pp.199–207.　上掲論文に一部再録。

4）鈴木啓司2021,「新たなる認識論理の構築18―2視点はさみ込み　内的唯物論から見る心身論―」，名古屋学院大学論集（人文・自然科学篇）　Vol.57 No.2 pp.1–17.

5）ちなみに，この観点からは，自然数の逆数の和であるゼータ関数の0点とは，盲点を埋め1，0間周りを捻出する指針数のようにも見える。それが実数値1/2の虚数軸上に並んでいるとするリーマン予想は，2視点はさみ込みによるこの対称点を中心に0があちらに投影され創出されたものであることを，筆者にはうかがわせる（図4の0から1の間を思い出されよ）。2視点交叉により生まれた自己1の幅はもちろん不確定である（はさみ込まれるものには必ず幅がある。でなければ，2視点は文字通り点となって何も残さないであろう。現行の数学でもすでに，瞬間の速度を表す微分は，時間幅が0になっては成り立たないのである。0に限りなく近づけるというその行程が，この考え方を支えている）。それが盲点となっているといってもよい。それを0の設定により強引に確定させるのだ。ゼータ関数の0点とは，測りきり（視点の消去）を表す0の，いわば究極の表現方法だ。「究極」の意味は，出来合いの0に還元するのではなく，0を表出する仕方であるということだ。また，1の足し算で測りきれる自然数を掛け算で測りきる時の単位となるのが素数であるが，それに関連しているということも示唆に富んでいる（これらについては，いずれまた稿を改め論じたい）。とにかく，視点は完全には消去されず（0には重ならず），実数値1/2の虚数軸上に隠然と存在しているのである。

6）以下を参照のこと。鈴木啓司2020,「新たなる認識論理の構築17―意識論Ⅱ　認識論から見た相対性理論と量子力学―」，名古屋学院大学論集（人文・自然科学篇）　Vol.56 No.2 pp.35–53.

7）前掲書。

参考文献

Paul J.Cohen, *Set theory and the continuum hypothesis*, Dover, 2008.
新井敏康，『数学基礎論』，岩波書店，2011.