77　最小 2 乗法

統計学／計量経済学

残差平方和を最小にする *a, b* の組み合わせの公式を求めよ。

【解説】　　□解説ビデオクリップ

誰が見てもデータ群の中心を通ると思われる直線を引くには客観的な基準が必要である。残差平方和 S^2 を最小にすることは推定の誤差が最小になることなので、中心を通る直線を求めるひとつの基準として望ましい。残差平方和が最小になるように *a, b* を決める方法を**最小二乗法**（Ordinary Least Square Method：OLS）という。残差平方和が最小となる *a, b* を求める公式は以下の通りである。

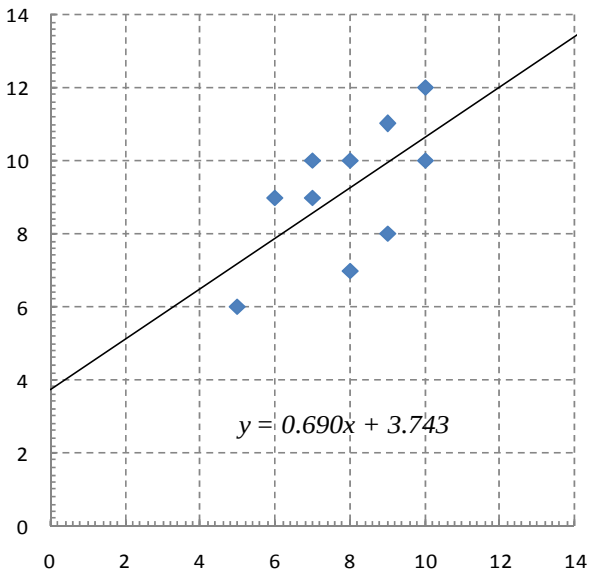
$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$b = \frac{\sum(x - \bar{X})(y - \bar{Y})}{\sum(x - \bar{X})^2}$$

ここで $\bar{X}$ と $\bar{Y}$ はそれぞれデータ *x* と *y* の平均値を表している。*a, b* を求める計算は以下の手順で行う。まずデータ *x, y* から *b* を求め、この *b* と平均 $\bar{X}$ と平均 $\bar{Y}$ から *a* を求めればよい。この計算にはデータから平均の差である**平均偏差**が利用されていることに注意する。

残差平方和が最小となる *a, b* の組み合わせはひとつしかなく、そのとき残差の合計は 0 になる。最小 2 乗推定量の導出には数学的な操作（偏微分）が必要であるが、これについては計量経済学の標準的なテキストを参照されたい。

なお、Excel では右図のように散布図へ近似曲線を挿入できる。



☞ #063 偏微分

【関連問題】　　年　　月　　日

1. 残差平方和が最小となる *a, b* はいくつになるか。
2. そのときの残差平方和はいくつになるか。
3. そのときの残差の合計はいくつになるか。