

政府支出と政府収入の因果関係における共和分回帰式の構造変化

野村 益夫

1. はじめに

日本では、財政赤字の抑制は国と地方政府の重要な政策課題となっている。近年、各国における政府支出と政府収入との因果関係に関する実証研究が多く存在する。政府支出と政府収入の差は、財政赤字に該当する。このような政府支出と政府収入の因果関係に関する実証研究では、アメリカ合衆国の時系列データを使用した分析が多い。そのような研究として、例えば、Anderson, Wallace and Warner (1986), Blackley (1986), Manage and Marlow (1986), von Furstenberg, Green and Jeong (1986), Ram (1988) 等がある。これらの研究は、政府支出と政府収入の時系列データが定常であることを仮定して、Grangerの因果性検定を実行している。従って、これらの研究では、単位根検定と共和分検定の分析が行われなかった。その後の研究では、Miller and Russek (1990), Bohn (1991), Jones and Joulfaian (1991), Hoover and Sheffrin (1992), Baghestani and McNown (1994), Payne (1998) 等のように、政府支出と政府収入に関する共和分の検定が行われ、これに基づき因果関係を分析している。また、特に最近では、アメリカ合衆国以外の他の先進諸国や、財政赤字の問題を抱えている発展途上国のデータを用いた同様の分析も存在する⁽¹⁾。

しかし、日本における政府支出と政府収入の因果関係に関する実証研究は、Owoye (1995) や Chang, Liu and Caudill (2002) を除いて、非常に数少ない状態である。Islam (2001) は、アメリカ合衆国のデータに対して、構造変化を考慮した単位根検定を分析手法として、政府収入と政府支出が構造変化を持っており定常であるという結果を得て、因果関係の分析を行っている。これまでの研究では、政府支出と政府収入に関する共和分検定に構造変化を考慮した分析はあまり見られない。

そこで、本稿の目的は、日本の国家予算における1955年度から2005年度までを分析期間として、政府支出と政府収入の因果関係の枠組みにおいて、この2変数に関する共和分回帰における構造変化の検定を行うことである。私の未発表の研究Nomura (2007) で、政府支出と政府収入の時系列データについてそれぞれ単位根の検定を行い、次に、政府支出と政府収入の2つの変数に関して共和分の検定を行っている。この研究の結果に基づいて、共和分の分析で構造変化を導入する。

すなわち、政府支出と政府収入が長期的な均衡関係にあるかどうかを分析する。そして、もし2変数間で共和分の関係が存在するならば、誤差修正モデルを推定することによって、長期にお

ける政府支出と政府収入との因果関係を分析する。一方、2変数間で共和分の関係が存在しない場合には、各変数について1回の階差をとり、VARモデルを推定することによってGrangerの因果性検定を行うことができる。これにより、短期における両者の因果関係を調べることができる。

本稿の構成は、以下の通りである。まず第2節(2.)では、Gregory and Hansen (1996)に基づいて、共和分回帰に構造変化を導入し、使用するデータについて説明する。そして第3節(3.)において、実証分析の結果について議論する。最後に、第4節(4.)で結論を述べる。

2. モデルとデータ

2.1 モデル：共和分検定と構造変化

Gregory and Hansen (1996)に基づいて、構造変化を考慮した共和分回帰モデルを紹介する。Gregory and Hansenの記号を用いる。 $y_t = (y_{1t}, y_{2t})$ とする。ここで、 y_{1t} は実数であり、 y_{2t} は m 次元ベクトルである。

α (m 次元ベクトル)と μ (実数)をパラメーターとする。Gregory and Hansenは、 α を傾き(slope)と書いている。 α と μ の構造変化を無視する標準的な共和分回帰は、

$$\text{モデル0: } y_{1t} = \mu + \alpha^T y_{2t} + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n,$$

と書ける。 y_t のそれぞれの系列は $I(1)$ であり、 e_t は $I(0)$ である。共和分回帰は、長期均衡として解釈される。モデル0が長期均衡の関係を捉えているならば、 α と μ は時間と共に変化しない。期間を2つの前半と後半に分けると、前半の期間において長期均衡の関係が安定しているが、後半の期間に新しい長期均衡の関係に変化(シフト)する場合を考える。例えば、第2次世界大戦の前後では、日本の経済システムは変化していると考えるのが自然である。期間を2つに分ける変化あるいはシフトのタイミングは未知であると仮定する。長期均衡における構造変化は、 α または μ (あるいは、 α かつ μ)のパラメーターの変化として捉える。

構造変化を示すダミー変数を導入する。ダミー変数は、 $t \leq [n\tau]$ のとき $\phi_{t\tau} = 0$ とし、 $t > [n\tau]$ のとき $\phi_{t\tau} = 1$ とする。未知パラメーター $\tau \in (0, 1)$ は構造変化時点の候補である。なお、 $[]$ は整数部分を表している。ここでは、3つの共和分回帰における構造変化のモデルを取り上げる。第1番目に、レベルシフトモデル(C)は定数項 μ の変化としてモデル化できる。このモデルでは、傾きの係数 α は一定であり変化しない。なお、Cはレベルシフトモデルを表しており、以下でも同様の記号を用いる。

モデル1：レベルシフトのモデル (C)

$$y_{1t} = \mu_1 + \mu_2 \phi_{t\tau} + \alpha^T y_{2t} + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n,$$

ここで、 μ_1 はシフト(構造変化)前の定数項を表し、 μ_2 はシフトする時点における定数項の変化を表している。シフトした後での定数項は、 $\mu_1 + \mu_2$ である。第2番目に、レベルシフトのモデルにタイムトレンド t を導入する。

モデル2：トレンドが有るレベルシフトのモデル (C/T)

$$y_{it} = \mu_1 + \mu_2 \phi_{t\tau} + \beta t + \alpha^T y_{2t} + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n,$$

ここで、 β はパラメーターである。モデル1に傾きの係数 α がシフトするように、モデルを拡張する。このモデルをレジュームシフトのモデルと呼ぶ。

モデル3：レジュームシフトのモデル (C/S)

$$y_{it} = \mu_1 + \mu_2 \phi_{t\tau} + \alpha_1^T y_{2t} + \alpha_2^T y_{2t} \phi_{t\tau} + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n,$$

ここで、 μ_1 と μ_2 はレベルシフトのモデル1のパラメーターである。 α_1 はレジュームがシフトする前の共和分回帰の傾きの係数であり、 α_2 はこの傾きの変化を表している。レジュームがシフトした後の傾きのパラメーターは $\alpha_1 + \alpha_2$ である。

共和分がないという帰無仮説を検定するモデル0における標準的な方法は、残差に基づいたものである。共和分回帰は通常の最小2乗法で推定される。この共和分回帰の残差に対して、単位根検定が行われる。同様の方法が、モデル1, 2, 3にも適用される。

2.2 検定統計量

T ($T \in (0, 1)$) を $(0, 1)$ の任意のコンパクト部分集合とする。各構造変化時点の候補 $\tau \in T$ に対して共和分の検定統計量を計算して、その中から最小の値を取る候補時点 τ を選択してから、検定を実行する。Gregory and Hansen(1996)に基づいて、 $T = (0.15, 0.85)$ とする。ここでは、Gregory and Hansen の区間の表記を用いている。 T は非可算個の点を含んでいるが、 τ の値が i/n (i は整数) の値をとる統計量のみを考える。計算上の理由から、検定統計量は区間 $([0.15n], [0.85n])$ のブレイク点 τ について計算される。

ブレイク点 τ についてモデル1, 2, 3を用いて残差が計算される。Gregory and Hansen は、この残差を用いて Phillips (1987) の検定統計量や ADF (augmented Dickey-Fuller) 検定統計量を計算する方法を提案している。ここでは、ADF (augmented Dickey-Fuller) 検定統計量を計算する方法を用いることにする。ラグ数 K を適切に選択するには、被説明変数 $\Delta \hat{e}_{t\tau}$ 、説明変数 $\hat{e}_{t-1\tau}$ と $\Delta \hat{e}_{t-1\tau}$, ..., $\Delta \hat{e}_{t-K\tau}$ の回帰式を用いて、検定統計量を計算する必要がある。この残差における添え字の τ は、残差が構造変化の候補時点 τ に依存することを意味する。この残差に対する ADF 統計量は、説明変数 $\hat{e}_{t-1\tau}$ の t 値である。 $K_{\max} = 8$ を出発点として、ラグ数 K を t 値有意性基準 (Perron, 1977, の 359 ページの t -sig のこと) により選択している。 t 値有意性については、Ng and Perron (1995) を参照されたい。従って、 $K = 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$ の順に、回帰分析を行って $\Delta \hat{e}_{t-K\tau}$ の回帰係数の t 値が 10% の両側検定の臨界値を超えるまで計算を行う。超えたときの K が t 値有意性の基準による選択である。また、臨界値は標準正規分布を参照して決定する。

Gregory and Hansen の Table 1 における $m=1$ (Level が ADF) より、レベルシフトモデルの 1%, 5%, 10% の漸近的な臨界値は -5.13, -4.61, -4.34 であり、トレンド付きレベルシフトモデルの

1%, 5%, 10%の漸近的な臨界値は-5.45, -4.99, -4.72であり, そして最後に, レジームシフトモデルの1%, 5%, 10%の漸近的な臨界値は-5.47, -4.95, -4.68である。

2.3 データ

歳入決算総額, 歳出決算総額, 公債金(収入), 国債費の各決算値データを財務省主計局調査課編『財政統計』等の各年度版より得た。従って, データは全て国レベルである。GDPデフレーターデータを内閣府経済社会総合研究所国民経済計算部編『国民経済計算年報』等の各年度版より得た。政府収入=歳入決算総額-公債金収入, 政府支出=歳出決算総額-国債費と定義して, 政府収入と政府支出のデータをGDPデフレーターで除してある。さらに, この2変数の対数を取ってある。記号として, le を実質政府支出の自然対数値, lr を実質政府収入の自然対数値とする。

3. 共和分検定の分析結果

Nomura (2007) では, le と lr に対して単位根検定を適用している。Ng and Perron (1995) の t 値有意性基準によりラグ数を選択している。その結果として, この2変数は共に $I(1)$ と判断する。さらにNomura (2007) では, le と lr の共和分関係の存在は, Engle and Granger検定によって否定されている。そこで, le と lr の共和分関係に構造変化を導入することが興味深い。

そこで, 分析データに対して, Gregory and Hansen (1996) のADFタイプの検定統計量を計算

表1 ADF統計による共和分回帰の構造変化の検定：被説明変数 lr と説明変数 le

モデル	構造変化時点	検定統計量	t (ブレイク点)	τ (t/n)	ラグ
レベルシフト	1979	-3.6743971	25	0.49019608	5
トレンド付きレベルシフト	1984	-4.5263959	30	0.58823529	1
レジームシフト	1985	-4.6250749	31	0.60784314	1

(注) $kmax=8$ 。レベルシフトモデルの1%, 5%, 10%の臨界値は, -5.13, -4.61, -4.34である。トレンド付きレベルシフトモデルの1%, 5%, 10%の臨界値は, -5.45, -4.99, -4.72である。レジームシフトモデルの1%, 5%, 10%の臨界値は, -5.47, -4.95, -4.68である。

表2 ADF統計による共和分回帰の構造変化の検定：被説明変数 le と説明変数 lr

モデル	構造変化時点	検定統計量	t	τ	ラグ
レベルシフト	1964	-3.7529374	10	0.19607843	5
トレンド付きレベルシフト	1984	-4.4410486	30	0.58823529	1
レジームシフト	1964	-3.7059692	10	0.19607843	5

(注) 表1の注を参照。

した結果が表1と表2に示されている。Kmax = 8を出発して、ラグ数がt値有意性の基準によって選択されている。表1では、被説明変数が政府収入lrであり、説明変数が政府支出leである。まず、レベルシフトモデルに対しては、構造変化時点の年度、検定統計量の値、ブレイク点（1955年を1番として何番目のデータであるかを示している。）、t/nの値、t値有意性の基準によって選択されたラグ数が示されている。t値有意性の基準によって選択されたラグ数は5であり、構造変化時点の候補年度は1979年であり、このことはブレイク点が25であることを示している。検定統計量の値-3.6743971は、10%の有意水準を用いても有意ではない。トレンド付きレベルシフトモデルでは、検定統計量の値-4.5263959は、10%の有意水準を用いても有意ではない。同様に、レジームシフトモデルでは、検定統計量の値-4.6250749は、10%の有意水準を用いても有意ではない。被説明変数を政府収入lrとし、説明変数を政府支出leとする共和分回帰では、構造変化を発見することができなかった。

表2では、被説明変数が政府支出leであり、説明変数が政府収入lrである。3つのモデルでは、表1と同様にして、検定統計量の値は、全て10%の有意水準を用いても有意ではない。この被説明変数と説明変数の組み合わせに対しても、構造変化を発見することができなかった。表1と2では、共和分回帰モデルにおける構造変化を考慮することには、意味がなかったことになる。ここでの分析結果は、分析期間1955-2005に依存している。さらに、検定統計量の臨界値は大標本に基づいており、本論文のように小標本の場合にはバイアスがありうる。

4. 終わりに

政府収入lrと政府支出leの共和分回帰に構造変化を導入したが、分析期間1955-2005のデータに対して構造変化を発見することができなかった。Gregory and Hansen（1996）のADFタイプの検定統計量を用いて、漸近的な臨界値により構造変化の検定を実行した。本論文のデータは小標本であり、その分析結果についてはバイアスが存在しうる。今後の課題として、より長期のデータによる分析が興味深い。小標本に対する臨界値が利用可能であれば、これによる検定結果も興味深いものとなるであろう。

平井健之（2009）は、財政赤字の持続可能性について分析している。政府収入を歳入総額から公債金を除いたものとし、政府支出を本論文の政府支出に利払い費を加えたものとしている。さらに、収入と支出のデータについては、対数を取っていない。本論文の政府支出と平井論文の支出の違いは、利払い費である。また、本論文では、対数を取ったデータを分析している。本論文の目的は、政府支出と政府収入の因果関係の枠組みにおける共和分の構造変化に関する分析であり、平井論文とは異なったものである。この平井論文でも、共和分に構造変化を導入して分析している¹。

* 本論文は、Keele大学における長期研修の研究成果である。

注

- 1 本論文の計算は、イギリスの Keele 大学で行った。平井論文については、私の帰国後に知った。上述のように、2つの論文ではデータの定義が異なっているし、ラグ数の選択における Kmax の値も異なっている。最大の違いは、分析目的である。

参考文献

邦文文献

- 平井健之 (2009) 「構造変化を考慮した財政赤字の持続可能性に関する実証分析」『香川大学経済学部研究年報』48(2008) 147-169 頁。

英語文献

- Anderson, W., M. S. Wallace, and J. T. Warner, (1986), "Government Spending and Taxation: What Causes What?", *Southern Economic Journal*, Vol. 52, pp. 630-639.
- Baghestani, H., and R. McNown, (1994), "Do Revenues or Expenditures Respond to Budgetary Disequilibria", *Southern Economic Journal*, Vol. 61, pp. 311-322.
- Blackley, P. R., (1986), "Causality between Revenues and Expenditures and the Size of the Federal Budget", *Public Finance Quarterly*, Vol. 14, pp. 139-156.
- Bohn, H., (1991), "Budget Balance through Revenue or Spending Adjustments ? Some Historical Evidence for the United States", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 27, pp. 333-359.
- Chang, T., W. R. Liu and S. B. Caudill, (2002), "Tax-and-Spend, Spend-and-Tax, or Fiscal Synchronization: New Evidence for Ten Countries", *Applied Economics*, Vol. 34, pp. 1553-1561.
- Gregory, A. W. and B. E. Hansen (1996), "Residual-Based Tests for Cointegration in Models with Regime Shifts", *Journal of Econometrics*, Vol. 70, pp. 99-126.
- Hoover, K. D., and S. M. Sheffrin, (1992), "Causation, Spending, and Taxes: Sand in the Sandbox or Tax Collector for the Welfare State?", *American Economic Review*, Vol. 82, pp. 225-248.
- Islam, M. Q. (2001), Structural break, unit root, and the causality between government expenditures and revenues, *Applied Economics Letters*, Vol. 8, 565-567.
- Jones, J. D., and D. Joulfaian, (1991), "Federal Government Expenditures and Revenues in the Early Years of the American Republic: Evidence from 1792 to 1860", *Journal of Macroeconomics*, Vol. 13, pp. 133-155.
- Manage, N., and M. L. Marlow, (1986), "The Causal Relation between Federal Expenditures and Receipts", *Southern Economic Journal*, Vol. 52, pp. 617-629.
- Miller, S. M., and F. S. Russek, (1990), "Co-Integration and Error-Correction Models: The Temporal Causality between Government Taxes and Spending", *Southern Economic Journal*, Vol. 57, pp. 221-229.
- Nomura, M. (2007), "A Note on Structural Break, Unit Root, and the Causality between Government Expenditures and Revenues", mimeographed.
- Ng, S. and Perron, P. (1995). "Unit Root Tests in ARMA models with Data Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, pp. 268-281.
- Owoye, O., (1995), "The Causal Relationship between Taxes and Expenditures in the G7 Countries: Cointegration and Error-Correction Models", *Applied Economics Letters*, Vol. 2, pp. 19-22.
- Payne, J. E., (1998), "The Tax-Spend Debate: Time Series Evidence from State Budgets", *Public Choice*, Vol. 95, pp.

307-320.

Perron, P. (1997), "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables," *Journal of Econometrics*, Vol. 80, pp. 355-385.

Phillips, P. C. B., (1987), "Time Series Regression with a Unit Root", *Econometrica*, Vol. 55, 277-301.

Ram, R., (1988), "Additional Evidence on Causality Between Government Revenue and Government Expenditure", *Southern Economic Journal*, Vol. 54, pp. 763-769.

von Furstenberg, G. M., Green, R. J., and J. H. Jeong, (1986), "Tax and Spend or Spend and Tax?", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 58, pp. 179-188.